

en y déployant votre élégance accoutumée. J'avais, il y a quelques années de cela, développé par l'analyse trigonométrique les nombreuses relations auxquelles donne lieu la considération du triangle rectiligne, des centres de ses cercles inscrits, exinscrits et circonscrits, etc. Mais la plus grande partie de ces relations ayant été trouvée par d'autres, il serait inutile de publier mon travail. Je dois citer, en particulier, comme très riche en résultats, le petit mémoire de M. NOEGGERATH cité par ce même auteur à la page 89 de vos Archives, t. XLIII. L'extension à l'espace de trois dimensions a été, presque en même temps, l'objet de deux travaux, l'un de M. PROUHET *) et l'autre de moi-même **). Je crois vous avoir envoyé un exemplaire de ce dernier article. Mais la matière est loin d'être épuisée. Pour moi, il m'est impossible de m'en occuper au présent.

En réfléchissant de nouveau sur le théorème démontré par vous, page 102, t. XLIII ***), j'ai reconnu qu'on peut le rendre évident par les éléments de géométrie de la manière suivante. Soit ABC le triangle donné, auquel je circonscris un cercle. Prenant les milieux A', B', C' des arcs soutenus par les côtés BC, CA, AB respectivement et joignant AA', BB', CC' , j'obtiens les bissectrices internes du triangle. Cela fait, soient AD, BE, CF les parallèles menées des sommets suivant une certaine direction. Pour mener par A une droite faisant avec AA' le même angle que AD , il suffit évidemment de prendre un arc $AJ = AD$ et de joindre AJ . De même, pour mener de B une droite faisant avec BB' le même angle que BE , il faut prendre de B' un arc égal à $B'E$, du côté opposé à $B'E$, savoir, à cause de $B'C = B'A$, il faut prendre de C vers B un arc égal à $A'E$: mais, à cause des parallèles AD, BE , on a $AE = DB$, et, à cause que $CD = JB$, on a aussi $DB = CJ$, donc $AE = CJ$, et la droite qu'on doit mener par B passe par le point J . Il en est de même de la troisième droite, car on a $AF = CD = BJ$, $AC' = C'B$, donc $C'F = C'I$, et par suite la droite CJ fait avec C' le même angle que CF . Ce qui démontre le théorème.

On peut aussi le faire dépendre d'une proposition plus générale et très facile à démontrer. Voici de quelle manière.

Soit A, B deux points et AO, BO deux droites fixes. Posons $OAB = x$, $OBA = y$. Par les points A et B menons deux parallèles AD, BE formant un angle ϕ avec AB' , puis par les mêmes deux points menons deux nouvelles droites AJ, BJ également inclinées que les deux parallèles sur les droites fixes AO, BO , respective-

*) Nouvelles Annales de Mathématiques, 2^{ème} série, t. II (1863), p. 132.

**) Giornale di Matematiche, voi. I (1863), pp. 208 e 354; oppure queste OPERE, t. I, p. 73.

***)) È il teorema dell'A. sopra riprodotto. [N. d. R.].

f) Il lettore è pregato di costruirsi la figure. [N. d. R.].